

Durum Geribesleme ile Doğrusallaştırma ve Kaotik Sistemlerin Gözleyici Temelli Kontrolü

Günyaz Ablay

Fırat Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik-Elektronik Müh. Ana Bilim Dalı, 23119 - Elazığ
g_ablay@yahoo.com

Özetçe

Çoğu fiziksel ve mühendislik sisteminde görülen kaotik davranışların kontrolü son yıllarda giderek yaygınlaşmaktadır. Bu amaçla kontrol teorisindeki yöntemler kaos kontrolü için kullanılmaktadır. Bu çalışmada kaotik sistemlerin kontrolü için gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrolör tasarlandı. Doğrusal olmayan Tau gözleyici kullanılarak durum değişkenleri elde edildi ve Lie cebiri ile durum geribeslemeyle doğrusallaştırma yapılarak kaotik sistemlerin kontrolü gerçekleştirildi. Lyapunov kararlılık yöntemiyle kontrolörlü ve gözleyicili kapalı çevrimli sistemin kararlılığı garanti edildi.

Anahtar Kelimeler: Kaos kontrol, Durum geribesleme ile doğrusallaştırma, Doğrusal olmayan gözleyici, Kaos.

1. Giriş

Kaotik davranışlar, doğrusal olmayan limit çevrimden daha karmaşık ve belirli bir frekans bandında daha etkili olan, *garip* olarak adlandırılan sistem davranışlarıdır [1-3]. Kaotik davranışların temel karakteristiği sisteme herhangi bir giriş uygulanmadan, sistemin kendi iç yapısından kaynaklanan bir davranış türü olup, sistemin durum değişkenlerinin başlangıç şartlarına karşı oldukça duyarlıdır. Kaotik davranışlar ilk olarak 1970'lerde elektronik sistemlerde gözlemlenmiş ve bu davranışlar *garip* davranış olarak adlandırılmışlardır [3-4]. Bu çalışmalardan sonra fiziksel, mühendislik, biyolojik, kimyasal, ekolojik vb pek çok sistemde kaotik davranışlar gözlemlenmiştir [5-6].

Kaos kontrolü ilk olarak 1990 yılında [1]'de verilen makaledeki çalışmayla başlamış ve günümüze kadar hızla ilerlemiştir. Kaotik sistemlerin davranışının analizi ve kontrolü için genellikle kontrol teorisinde geliştirilen analiz ve kontrol metotları kullanılmaktadır [4-6].

Bu çalışmada, doğrusal olmayan sistemlerin doğrusallaştırılması için geliştirilen durum geribeslemeli doğrusallaştırma metodu kullanılarak sürekli zamanlı kaotik sistemlerin gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrolü yapılmıştır. Doğrusal olmayan sistemlerin durum geribesleme ile doğrusallaştırılması için kullanılabilen Lie cebiri ile kaotik sistem, doğrusal olmayan bir kontrol işareti ile doğrusallaştırılmış ve hedeflenen kapalı çevrim kutupları da optimal doğrusal kontrolör ile sağlanmıştır. Uygulama olarak sürekli zamanlı kaotik bir sistem olan Genesisio-Tesi sisteminin gözleyici temelli kontrolü yapılmıştır.

Bu girişten sonra ikinci bölümde sistem tanımı ve kabuller verilmiştir. Üçüncü ve dördüncü bölümde kaotik sistemlerin durum geribesleme ile doğrusallaştırılması ve kontrolör tasarımı, beşinci bölümde gözleyici tasarımı verilmiştir. Altıncı bölümde önerilen kontrolör ve gözleyici kaotik bir sisteme uygulanmış ve elde edilen sonuçlar yorumlanarak verilmiştir. Yedinci bölümde ise sonuçlar tartışılmıştır.

2. Sistem Tanımı ve Kabuller

Doğrusal olmayan bir sistemin dinamik denklemleri $x \in R^n$ durum vektörü, $u \in R^r$ kontrol vektörü, $y \in R^m$ çıkış vektörü olmak üzere;

$$\dot{x} = Ax + Bu + \eta(x) \quad (1)$$

$$y = Cx \quad (2)$$

ile tanımlanabilir. Burada, $A \in R^{n \times n}$ sistem matrisi, $B \in R^{n \times r}$ giriş matrisi, $C \in R^{m \times n}$ çıkış matrisi ve $\eta: R^n \rightarrow R^n$ doğrusal olmayan fonksiyondur.

Denklem (1) ve (2)'de verilen sistem için aşağıdaki kabullerin sağlandığı varsayılmıştır.

1. (A, B) tüm durum kontrole edilebilir ve (A, C) tüm durum gözlenebilir olmalıdır.
2. Denklem (1) ve (2) ile verilen sistem doğrusal transformasyonla Brunovsky kanonik formuna getirilebilmelidir. $z, v \in R^n$ için,

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v = A_c z + B_c v$$

3. $\varepsilon > 0$ sabitesi için $\eta(\cdot)$ doğrusal olmayan fonksiyonu, tüm \hat{x} ve x için aşağıdaki global Lipschitz şartını sağlamalıdır.

$$\|\eta(\hat{x}) - \eta(x)\| \leq \varepsilon \|\hat{x} - x\|$$

3. Doğrusal Olmayan Sistemlerin Durum Geribesleme ile Doğrusallaştırılması

Doğrusal olmayan tek girişli ve tek çıkışlı bir sistemin dinamik denklemleri afine uzayında $f: R^n \rightarrow R^n$, $g: R^n \rightarrow R$ ve $h: R^n \rightarrow R$ türevlenebilir vektör alanlar olmak üzere, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3)$$

$$y = h(x) \quad (4)$$

Burada $x \in R^n$ durum değişkenlerini, $u \in R$ kontrol sinyalinin ve $y \in R$ çıkışı gösterir. Denklem (3)'te verilen doğrusal olmayan sistemin durum geribesleme ile doğrusallaştırılması için aşağıda verilen iki işlem yapılır [7-8].

1.) Denklem (5)'te tanımlanan $x=0$ veya orijine göre bölgesel doğrusal olmayan koordinat transformasyonu yapılır. $z = T(x)$, $T(0) = 0$ (5)

Burada $T: U_0 \rightarrow R^n$ orijinin yakın civarında U_0 'da bölgesel diffeomorfizmdir.

2.) $\alpha(0)=0, \beta(0) \neq 0, \alpha: U_0 \rightarrow R, \beta: U_0 \rightarrow R$ türevleri alınabilen iki fonksiyon olmak üzere, denklem (6)'da tanımlanan doğrusal olmayan durum geribeslemeli kontrol tasarlanır.

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (6)$$

Burada $v \in R^n$ durum geribeslemeli doğrusal kontrolörünün kontrol kazançları uygun seçilerek denklem (7)'deki doğrusal sistemin kararlılığını ve kapalı çevrimli sistemin hedeflenen performansını göstermesini sağlamalıdır.

Böylece, doğrusal olmayan durum geribeslemeli transformasyonla denklem (3)'teki sistem aşağıdaki doğrusal biçime gelir.

$$\dot{z} = \frac{dT}{dx}(f + \alpha g) \circ T^{-1}(z) + \left(\frac{dT}{dx} \beta g \circ T^{-1}(z) \right) v \quad (7)$$

Denklem (7)'de verilen doğrusal sistem aşağıda verilen Brunovsky kanonik formundadır [6-7].

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} v = A_c z + B_c v, \quad z \in R^n \quad (8)$$

Denklem (3)'te verilen tek girişli tek çıkışlı kaotik sistemin x_0 noktasında durum geribesleme ile doğrusallaştırılabilmesi için x_0 noktasında;

- i) $\text{span}\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-1} g\} = R^n$ kontroledilebilirlik şartı sağlanmalı,
- ii) $\text{span}\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-2} g\} = R^{n-1}$ ve buradaki vektörler involüt olmalıdır.

Bu şartlar sağlandıktan sonra $z \in R^n$ durum değişkenleri seçilmelidir. Seçilen ilk durum değişkeni z_1 aşağıdaki şartları sağlamalıdır.

- 1) $z_1(0) = 0$,
- 2) $\nabla_{z_1} ad_f^i g = 0, \quad i = 0, 1, \dots, n-2$
- 3) $\nabla_{z_1} ad_f^{n-1} g \neq 0$.

Böylece, durum transformasyonu,

$$z(x) = [z_1 \quad L_f z_1 \quad \dots \quad L_f^{n-1} z_1]^T \quad (9)$$

olarak yazılabilir. Denklem (9)'daki z_1 kullanılarak, giriş transformasyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v = -\frac{L_f^n z_1}{L_g L_f^{n-1} z_1} + \frac{1}{L_g L_f^{n-1} z_1} v \quad (10)$$

4. Doğrusallaştırılmış Sistem için Optimal Doğrusal Kontrolör Tasarımı

Denklem (3) ve (4)'te verilen kaotik sistemin durum geribesleme ile doğrusallaştırılmış formu denklem (11) ve (12)'deki gibi yazılabilir.

$$\dot{z} = A_c z + B_c v \quad (11)$$

$$y = C z \quad (12)$$

Denklem (11) ve (12)'de tanımlanan sistem için kontrolör, optimal doğrusal kuadratik regülatör (LQR) metodu kullanılarak tasarlanabilir. Tasarlanacak optimal kontrolör $v = -Kz$ 'nin kazançlarının hesaplanması için önerilen kuadratik performans indeksi, Q_R pozitif simetrik durum ağırlık ve R pozitif simetrik kontrol ağırlık matrisi olmak üzere;

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [z^T Q_R z + v^T R v] dt \quad (13)$$

dir. Denklem (13) ile verilen performans indeksini minimize edecek optimal kazanç matrisi K , indirgenmiş Riccati matris denklemleri

$$A_c^T P_R + P_R A_c - P_R B_c R^{-1} B_c^T P_R + Q_R = 0 \quad (14)$$

çözülerek elde edilir [9]. Doğrusal zamanla değişmeyen sistemin optimal kontrolü için, denklem (14) ile verilen indirgenmiş Riccati matris denklemleri, seçilen Q_R ve R için çözüldüğünde elde edilen pozitif tanımlı ve simetrik P_R matrisi için kontrolörün doğrusal kısmı,

$$v = -R^{-1} B_c^T P_R z = -Kz \quad (15)$$

olur.

Kapalı çevrimli sistemin kararlılığı Lyapunov kararlılık yöntemine göre incelenebilir. Doğrusal z koordinatlarında kapalı çevrimli sistemin Lyapunov fonksiyonu, $\bar{A}_c = A_c - B_c K$ kararlı bir matris olmak üzere $\forall z \in R^n$ için;

$$V = z^T P_L z > 0, \quad z \neq 0 \quad (16)$$

pozitif tanımlı olarak seçilirse, Lyapunov denklemleri,

$$\bar{A}_c^T P_L + P_L \bar{A}_c = -Q_L \quad (17)$$

olmak üzere, Lyapunov fonksiyonunun türevidi;

$$\dot{V} = -z^T Q_L z < 0, \quad z \neq 0 \quad (18)$$

negatif tanımlı olur.

5. Tüm Durum Gözleyici Tasarımı

Denklem (1) ve (2)'de verilen kaotik sistemin denklemlerini yeniden yazalım.

$$\dot{x} = Ax + Bu + \eta(x) \quad (19)$$

$$y = Cx \quad (20)$$

Denklem (19) ve (20) ile verilen sistemin tüm durum gözlenebilir olması için,

$$N = [C^T \quad A^T C^T \quad \dots \quad (A^T)^{n-1} C^T] \quad (21)$$

tüm durum gözlenebilirlik matrisinin rankı, $\text{rank}(N) = n$ olmalıdır. Böylece, denklem (19) ve (20) için tasarlanacak tüm durum gözleyicinin matematiksel modeli [10],

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + \eta(\hat{x}) + L(y - C\hat{x}) \quad (22)$$

olarak yazılabilir. Burada, $\hat{x} \in R^n$ gözleyici durum değişkeni,

$L \in R^{n \times m}$ gözleyici kazanç matrisi ve $C\hat{x} \in R^m$ gözleyici çıkışıdır. Gözleyicinin seçilmesiyle hata denklemi $e = \hat{x} - x$ olarak tanımlanabilir. Böylece hata dinamiği,

$$\dot{e} = (A - LC)e + \eta(\hat{x}) - \eta(x) \quad (23)$$

olarak elde edilir.

Denklem (23)'te verilen hata dinamiğinin kararlılığını Lyapunov kararlılık yöntemine göre inceleyelim. Lyapunov fonksiyonu, $\bar{A} = A - LC$ kararlı bir matris olmak üzere

$\forall e \in R^n$ için;

$$V(e) = e^T P_L e \quad (24)$$

olarak seçilirse, Lyapunov denklemleri,

$$\bar{A}^T P_L + P_L \bar{A} = -2Q_L \quad (25)$$

olmak üzere, Lyapunov fonksiyonunun türevidi;

$$\dot{V}(e) = \nabla_e^T V(e) [\bar{A}e + \eta(\hat{x}) - \eta(x)] \quad (26)$$

$$= -2e^T Q_L e + 2e^T P_L [\eta(\hat{x}) - \eta(x)]$$

olur. Denklem (26), Lipschitz şartı $\|\eta(\hat{x}) - \eta(x)\| \leq \varepsilon \|e\|$

kullanılırsa, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}\dot{V}(e) &\leq -2e^T Q_L e + 2\varepsilon \|e\| \|P\| \|e\| \\ &\leq -2e^T Q_L e + 2\varepsilon \|P\| \|e\|^2 \\ &\leq -\lambda_{\min}(Q_L) \|e\|^2 + 2\varepsilon \|P\| \|e\|^2 \\ &\leq -2[\lambda_{\min}(Q_L) - \varepsilon \|P\|] \|e\|^2\end{aligned}\quad (27)$$

olur. Eğer $\lambda_{\min}(Q_L) > \varepsilon \|P\|$ ise $\dot{V}(e) < 0$ şartı sağlanır. Böylece gözleyici hatası,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$$

asimptotik kararlı olur.

6. Uygulama

Genesio-Tesi sistemi kontrol işareti ile birlikte aşağıdaki formda yazılabilir.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3\end{aligned}\quad (28)$$

$$\dot{x}_3 = -cx_1 - bx_2 - ax_3 + dx_1^2 + u$$

Sistem çıkışı ise denklem (29)'da verilmiştir.

$$y = x_1 \quad (29)$$

Denklem (28)'deki sistemi denklem (3)'teki formda yazılırsa f ve g aşağıdaki gibi olur.

$$f = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ -cx_1 - bx_2 - ax_3 + dx_1^2 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sistemin durum geribesleme ile doğrusallaştırılabilmesi için daha önce de belirtildiği gibi kontroledilebilirlik ve involütülük şartlarını sağlamalıdır.

$$i) \text{span}\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-1} g\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -a \\ 1 & a & a^2 - b \end{bmatrix} = R^3$$

olduğundan sistem kontroledilebilirdir.

$$ii) \text{span}\{g, ad_f g\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix} = R^2 \text{ ve } g, ad_f g \text{ vektörleri}$$

invölütüdür.

Yukarıdaki her iki şart sağlandığı için doğrusal olmayan sistem durum geribesleme ile doğrusallaştırılabilir. Durum transformasyonu için z koordinatında ilk durum değişkenini, $z_1 = x_1$ olarak seçilirse,

$$\begin{aligned}z(x) &= [z_1 \quad L_f z_1 \quad \dots \quad L_f^{n-1} z_1]^T \\ &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T\end{aligned}$$

olarak bulunur. Böylece giriş transformasyonu,

$$\begin{aligned}u &= -\frac{L_f^n z_1}{L_g L_f^{n-1} z_1} + \frac{1}{L_g L_f^{n-1} z_1} v \\ &= cx_1 + bx_2 + ax_3 - dx_1^2 + v\end{aligned}$$

olur. Durum transformasyonu ve giriş transformasyonu kullanılarak doğrusallaştırılmış sistem z koordinatlarında aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$$

Böylece, doğrusallaştırılmış sistemin Brunovsky kanonik formuna geldiği görüldü. Sistem çıkışı ise aşağıdaki gibi olur.

$$y = [1 \quad 0 \quad 0]z$$

Denklem (28)'de $a = 0.25, b = 1.4$ ve $c = d = 1$ alınmıştır. Denklem (15)'te verilen doğrusal kontrolör

kazançlarını elde etmek için hata ve kontrol ağırlık matrisleri $Q_R = \text{diag}[1, 1, 1]$ ve $R = 1$ seçilirse denklem (10)'da verilen Riccati denkleminin çözümünden P_R matrisinin üçüncü satırı;

$$P_{R3} = [0.4142 \quad 1.4425 \quad 1.7368]$$

olur. Böylece optimal doğrusal kontrol kazançları;

$$K = [0.4142 \quad 1.4425 \quad 1.7368]$$

olarak bulunur. Bu durumda nominal sistemin karakteristik polinomal denkleminin kökleri $\lambda_{1,2} = -0.6255 \pm j1.2372$ ve $\lambda_3 = -0.7358$ 'dir.

Denklem (15)'te verilen optimal doğrusal kontrolör aşağıdaki gibi olur.

$$v = -Kz = -0.4142z_1 - 1.4425z_2 - 1.7368z_3$$

Hedeflenen gözleyici kutupları $q = [-3 \quad -3 \quad -3]$ için gözleyici kazanç matrisi L aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$L = [8.7500 \quad 23.4125 \quad 7.8969]^T$$

Sonuçta, gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrol,

$$u = \alpha(\hat{x}) + \beta(\hat{x})v$$

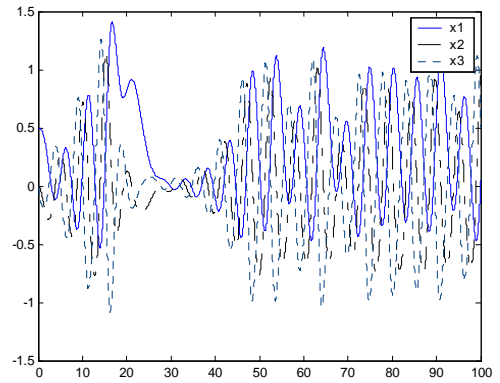
$$= 0.5858\hat{x}_1 - 0.0425\hat{x}_2 - 1.4868\hat{x}_3 - \hat{x}_1^2$$

olarak elde edilir.

6.1. Simülasyon sonuçları

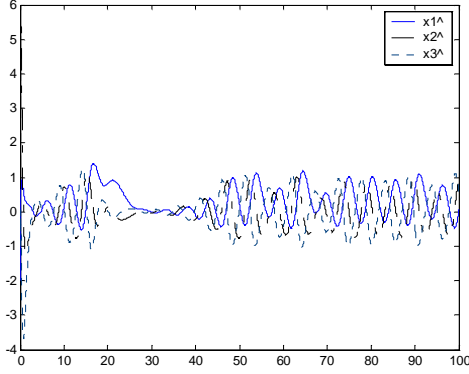
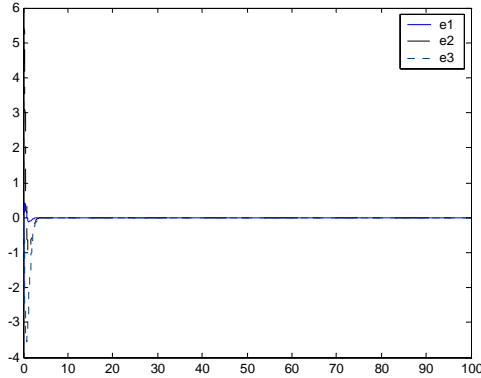
Uygulamada verilen kaotik sistemin durum geribeslemeli ve gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrolü için yukarıda verilen ve elde edilen değerler kullanılarak yapılan Matlab/SIMULINK 6.5 simülasyonunun sonuçları Şekil 1 - Şekil 6 arasında gösterilmiştir. Simülasyon sonuçları iki grup halinde verilmiştir. Önce, kontrolsüz kaotik sistemin simülasyon sonuçları ve daha sonra, kaotik sistemin gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrolünün simülasyon sonuçları verilmiştir.

Şekil 1'de sistemin kontrol sinyali $u(t) = 0$ ve durum değişkenlerinin başlangıç şartları $x(0) = [0.5, 0, 0]^T$ için x durum değişkenlerinin zamanla değişimleri verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi sistemin girişi sıfır alındığında, sistem yörüngesi kaotik bir davranış göstermektedir.

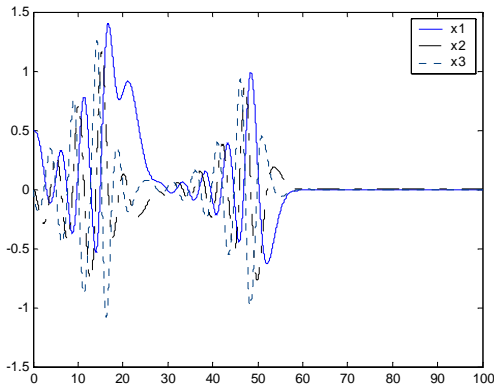
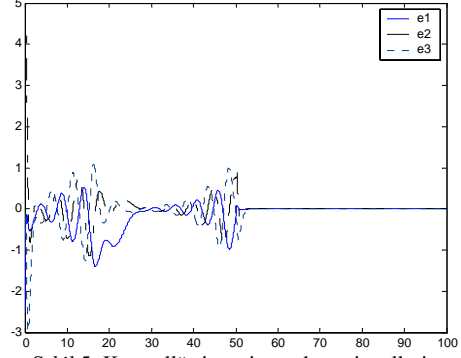
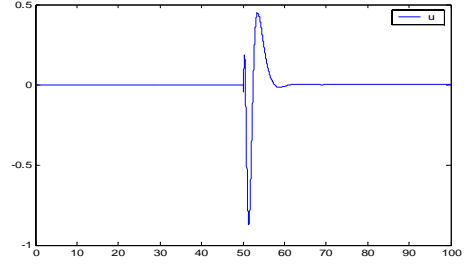


Şekil 1: $u(t)=0$ için x - durum değişkenleri.

Şekil 2'de $\hat{x}(0) = [-2, 1, -1]^T$ gözleyici başlangıç şartları kullanılarak \hat{x} gözleyici durum değişkenlerinin zamanla değişimi verilmiştir. Şekil 3'te gözleyici hatasının başlangıç şartları $e(0) = \hat{x}(0) - x(0) = [-2.5, 1, -1]^T$ kullanılarak $e = \hat{x} - x$ hata vektörlerinin zamanla değişimi çizdirilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi gözleyici durum değişkenleri sistemin durum değişkenlerini kısa sürede yakalamaktadır.

Şekil 2: $u(t)=0$ için \hat{x} - durum değişkenleri.Şekil 3: $u(t)=0$ için e - hata sinyalleri.

Şekil 4'te gözleyici ve kontrolör $t=50$ 'nci s 'de sisteme uygulanmıştır. Şekillerden de görüldüğü gibi gözleyici temelli kontrolörün sisteme uygulanmasından $t \cong 9$ s sonra x durum değişkenleri sürekli duruma asimptotik olarak erişmektedir. Şekil 5'te e hata değişkenlerinin zamanla değişimleri verilmiştir. Görüldüğü gibi gözleyici durum değişkenleri verilen başlangıç şartlarından gelerek sistemin durum değişkenlerini $t \cong 1.7$ s 'de yakalamaktadır. Şekil 6'da gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrollü doğrusal olmayan sistemin kontrol sinyali görülmektedir. Gözleyici temelli kontrol sinyali $t = 50$ 'nci s 'de sisteme uygulanmıştır.

Şekil 4: Kontrollü sistemin x - durum değişkenleri.Şekil 5: Kontrollü sistemin e - hata sinyalleri.Şekil 6: Kontrollü sistemin $u(t)$ - kontrol sinyali.

7. Sonuçlar

Bu çalışmada, doğrusal olmayan sistemler için geliştirilen durum geribesleme ile doğrusallaştırma ve doğrusal sistemler için geliştirilen optimal LQR yöntemi kaotik sistemlerin kontrollü için tasarlandı. Kaotik sistemin ölçülemeyen durum değişkenleri doğrusal olmayan bir gözleyici tasarlanarak elde edildi ve durum geribeslemeye kullanıldı.

Tasarlanan durum geribeslemeli kontrolör ve doğrusal olmayan gözleyici kullanılarak kaotik sistemlerin gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrollü yapıldı ve kaotik sistemin asimptotik kararlılığı garanti altında alındı. Bu çalışmada önerilen gözleyici temelli kontrol yöntemi kaotik sistemlerin senkronizasyonunda da kullanılabilir.

8. Kaynakça

- [1] E. Ott, C. Grebogi ve J. A. Yorke, "Controlling Chaos," *Phys. Rev. Letter*, 64, pp 1198-1199, 1990.
- [2] R. Genesio ve A. Tesi, "Chaos Prediction in Nonlinear Feedback Systems," *IEEE Proc.-D*, 138, 313-320, 1991.
- [3] Ü. Çokrak ve A. Uçar, "Sürekli Zamanlı Kaotik Sistemlerin Durum Geribesleme ile Doğrusallaştırılması ve Denetimi," 3. Otom. Semp., Denizli, s.190-195, 2005.
- [4] R. Marino ve P. Tomei, *Nonlinear Control Design: Geometric, Adaptive and Robust*, Prentice-Hall, 1995.
- [5] B.R. Andrievskii ve A.L. Fradkov, "Control of Chaos: Methods and Applications. I. Methods," *Autom. and Remote Control*, Vol. 64, No.5, pp.673-713, 2003.
- [6] A.L. Fradkov ve R.J. Evans, "Control of Chaos: Methods and Applications in Engineering" *Annual Review in Control*, 29, 33-56, 2005.
- [7] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, New Jersey, Third Edition, 2002.
- [8] J.J.E. Slotine ve W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, New Jersey, 1991.
- [9] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Prentice-Hall, New Jersey, Fourth Edition, 2002.
- [10] F. E. Thau, "Observing The States of Nonlinear Dynamic Systems," *Inter. J. Control*, 17, 471-479, 1973.